



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA



# Percorsi di matematica all'aperto con MathCityMap

Maria Flavia Mammana

Eugenia Taranto

Università di Catania



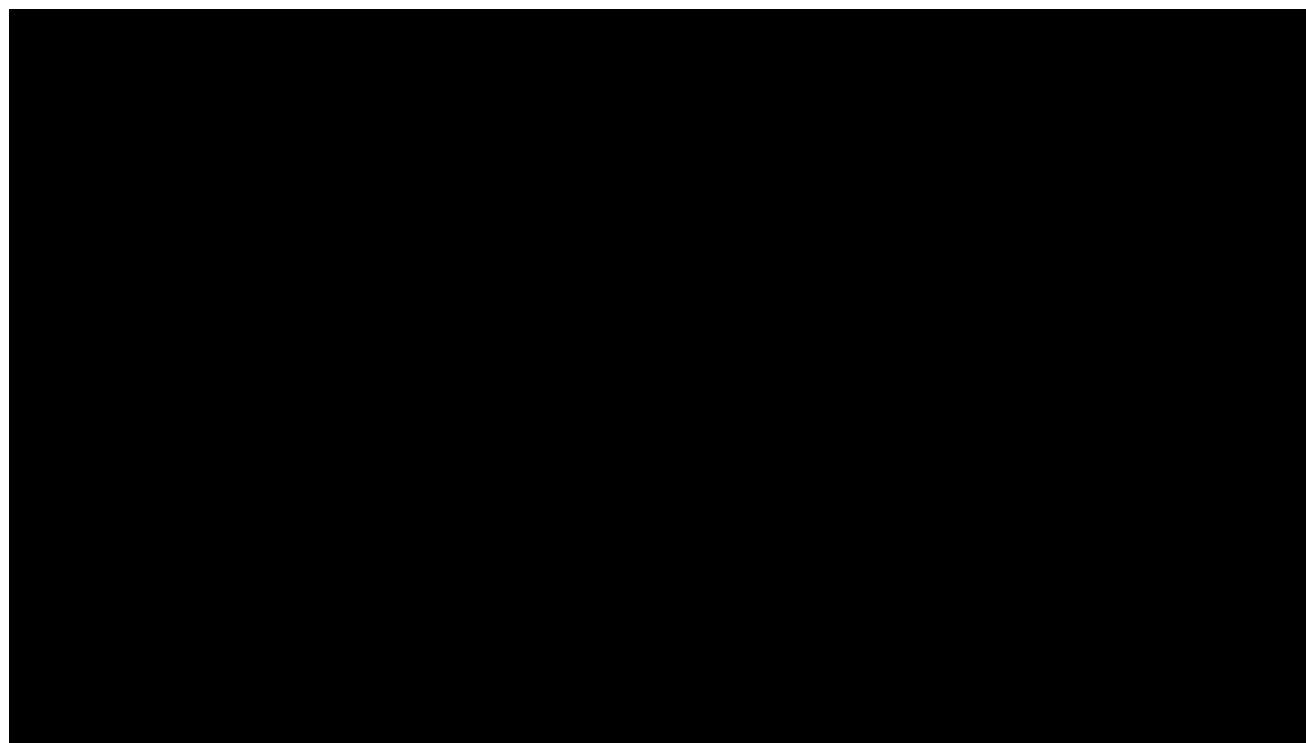
POLITECNICO  
MILANO 1863

14° Ciclo - Seminari FDS

26/01/2022



DIPARTIMENTO DI  
MATEMATICA



## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- Modellizzazione
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

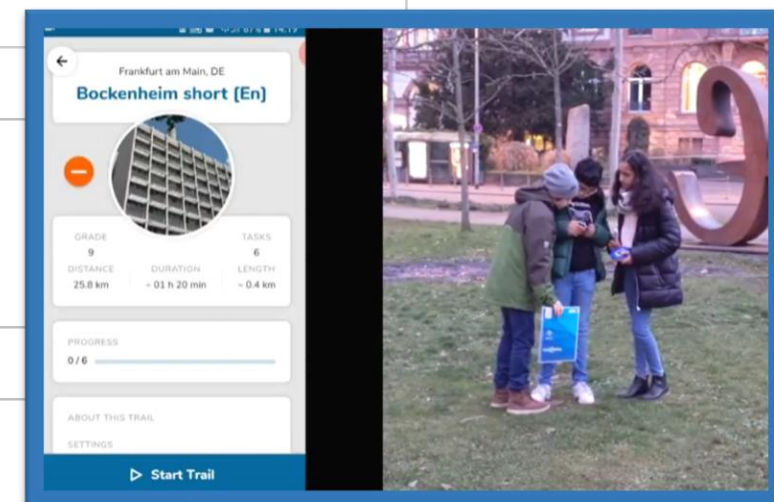
- Portale web
- App

## MathCityMap in classe

- Preparazione in classe
- Implementazione in classe

## Conclusioni

- Matematica all'aperto per studenti e docenti



## Contesto teorico

- **Apprendimento all'aperto**
- Modellizzazione
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

- Portale web
- App

## MathCityMap in classe

- Preparazione in classe
- Implementazione in classe

## Conclusioni

- Matematica all'aperto per studenti e docenti

# Potenzialità dell'apprendimento all'aperto

- Un grande potenziale è attribuito all'apprendimento al di fuori della classe (DfES, 2006)
  - Creatività
  - Sviluppo di competenze tematiche e interdisciplinari
  - Atteggiamento verso l'apprendimento
  - Motivazione
- Ricordi duraturi dell'apprendimento all'esterno (Dillon et al., 2006)

# Potenzialità dell'apprendimento all'aperto

(Sauerborn & Brühne, 2009)

Potenzialità	Sfide
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Esperienze fondamentali</b></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ulteriori sforzi logistici, legali e organizzativi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Imparare attraverso la costruzione attiva</b></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Curriculum e valutazione</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Applicazione immediata dei concetti teorici</b></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Abuso di libertà</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Aumento dell'interesse</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Sovraccarico</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Apprendimento interdisciplinare</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Osservazione di vari gruppi di studenti</li></ul>

# Imparare la matematica all'aperto (Kleine et al., 2012)

- Imparare la matematica fuori dall'aula
- **Percepire l'ambiente circostante come opportunità di apprendimento**
- **Cooperazioni con istituzioni non scolastiche**
- Apprendimento interdisciplinare della matematica in combinazione con la cultura e la storia (o altre discipline)

# Imparare la matematica all'aperto (Kleine et al., 2012)

L'apprendimento della matematica all'aperto permette:

- Risolvere problemi matematici
- Comunicare questioni matematiche
- Realizzare connessioni matematiche
- Utilizzo di rappresentazioni matematiche

Il nucleo dell'apprendimento all'aperto è l'**applicazione** della conoscenza

- principalmente attraverso la modellizzazione matematica, cioè la creazione di connessioni matematiche



Creatività

Sviluppo di competenze tematiche e interdisciplinari

Atteggiamento verso l'apprendimento

Motivazione

Ricordi duraturi dell'apprendimento all'esterno

Esperienze fondamentali

Imparare attraverso la costruzione attiva

Applicazione immediata dei concetti teorici

Percepire l'ambiente circostante come opportunità di apprendimento

Cooperazioni con istituzioni non scolastiche

Risolvere problemi matematici

Comunicare questioni matematiche

Realizzare connessioni matematiche

Utilizzo di rappresentazioni matematiche

la modellizzazione matematica

## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- **Modellizzazione**
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

- Portale web
- App

## MathCityMap in classe

- Preparazione in classe
- Implementazione in classe

## Conclusioni

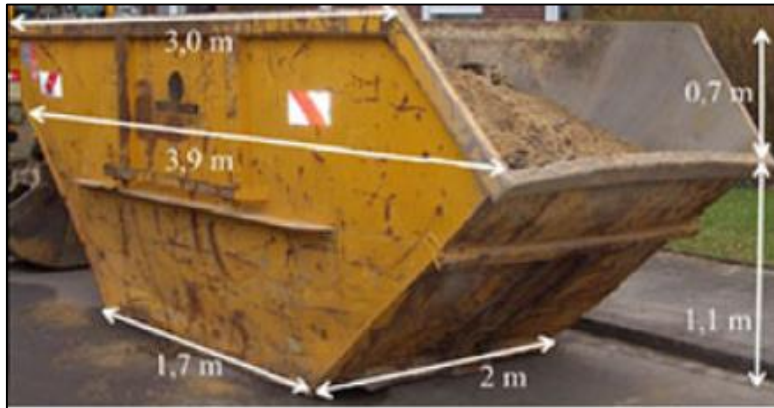
- Matematica all'aperto per studenti e docenti

# Modellizzazione matematica

- La modellizzazione matematica viene fatta per lo più in classe
- I dati richiesti sono di solito forniti in forma di immagine o di testo

## Task del contenitore

- Il contenitore deve essere riempito fino in cima.
- Quanta sabbia si trova all'interno del contenitore?

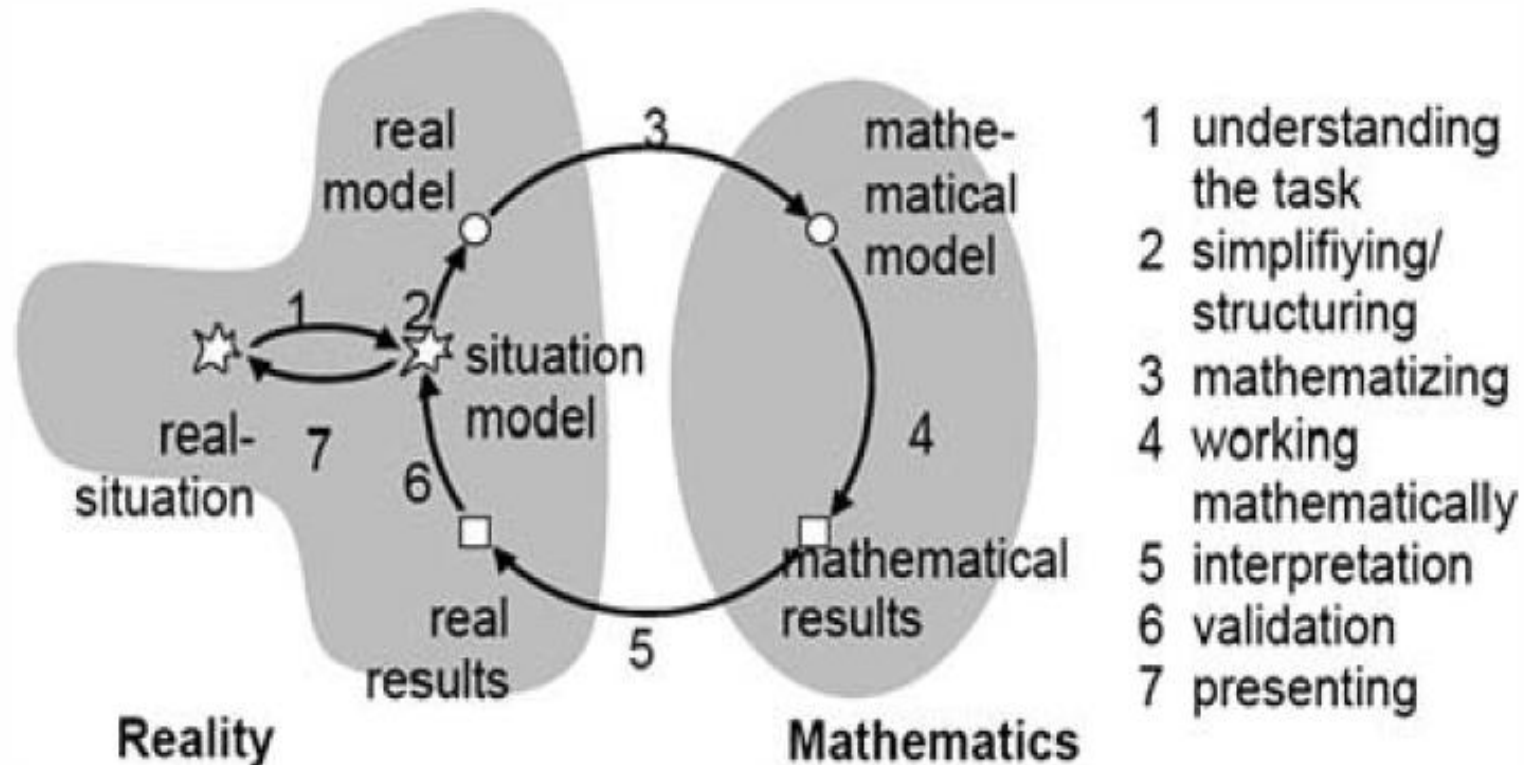


Tasks & immagine tratti da: Greefrath (2018)

Lavorare a questo task all'aperto

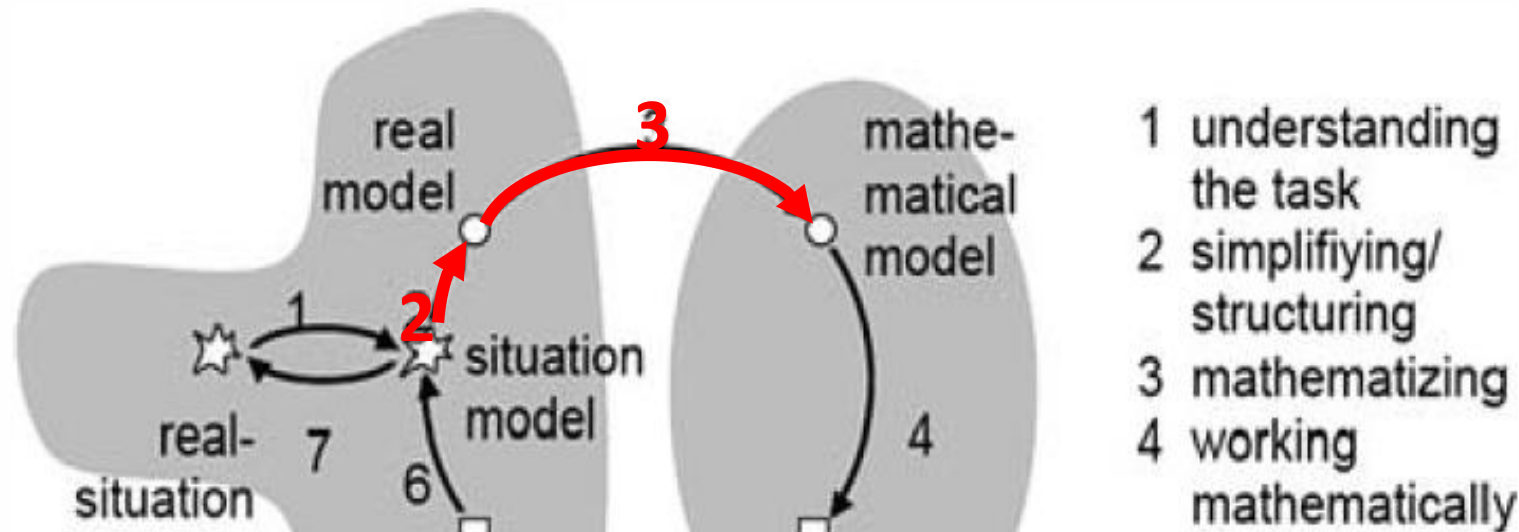


# Ciclo di modellizzazione (Blum & Leiss, 2005)



# Sfide di modellizzazione (Schukajlow, 2006)

- Trovare un modello reale adeguato e un modello matematico per la situazione data (step 2 & 3)
- Decidere quali dati devono essere raccolti: matematizzazione della situazione, definizione delle variabili





# Modellizzazione matematica: Varietà di modelli possibili



Determinare il peso di questa pietra a  
Camps Bay Beach, Sud Africa (in kg)  
 $1 \text{ cm}^3$  pesa circa 2,6 g.

Possibili modelli matematici:

- Sfera
- Cilindro
- Cuboide
- Prisma
- Ellissoide

# Modellizzazione matematica: Varietà di modelli possibili

Modello matematico	Calcoli matematici (con deviazioni di misura di 2cm)	Risultato
<b>Cuboide</b> lunghezza: 112cm larghezza: 78cm altezza: 58 cm	$(112m \pm 2cm) \cdot (78cm \pm 2cm) \cdot (58cm \pm 2cm)$ $= 507680cm^3 \pm 39500cm^3$	$1320kg \pm 103kg$
<b>Cilindro</b>	$536018cm^3 \pm 37008cm^3$	$1393kg \pm 96kg$
<b>Ellissoide</b>	$199215cm^3 \pm 15369cm^3$	$518kg \pm 40kg$

Modellizzazione  
non adeguata!

## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- Modellizzazione
- **Percorsi di matematica (math trails)**

## Il Sistema MathCityMap

- Portale web
- App

## MathCityMap in classe

- Preparazione in classe
- Implementazione in classe

## Conclusioni

- Matematica all'aperto per studenti e docenti



# Percorsi di matematica - *Math trails*

- Un percorso di matematica è una passeggiata matematica lungo un *sentiero*
  - Una passeggiata attraverso la quale si può sperimentare la matematica (Shoaf, Pollak & Schneider, 2004)
  - Scoprire la matematica in luoghi interessanti e in oggetti interessanti
- Può avvenire ovunque ed è adatto a tutte le fasce d'età (Ludwig, Jesberg & Weiß, 2013)
- Il primo percorso di matematica già oltre 30 anni fa in Australia: Un sentiero di matematica intorno alla città di Melbourne (Blane & Clarke, 1984)
- Necessario: Una guida (guida cartacea o persona reale)

# Percorsi di matematica - *Math trails*

## Caratteristiche metodologiche:

- Forma di apprendimento all'aperto
- Lavorare e imparare in piccoli gruppi
- Similitudini con apprendimento in postazioni
- Problemi realistici e autentici
- Apprendimento interdisciplinare



## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- Modellizzazione
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

- **Portale web**
- App

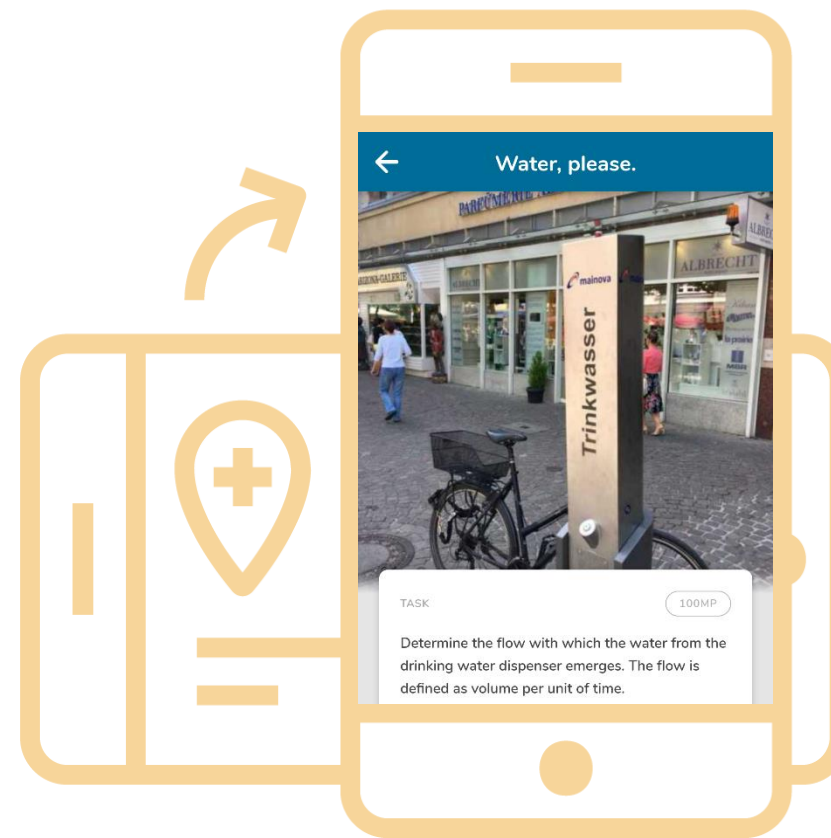
## MathCityMap in classe

- Preparazione in classe
- Implementazione in classe

## Conclusioni

- Matematica all'aperto per studenti e docenti

# Il sistema MathCityMap



- Portale web
- App

Portale web: <https://mathcitymap.eu>

- Start
- Portal
- Tutorials
  - MathJax Tutorial
- Publications
- About us
- Contact us



PORTAL

TUTORIALS

PUBLICATIONS

NEWS

### The Project

MathCityMap is a project of the working group MATIS I (IDMI, Goethe-Universität Frankfurt a.M.) in cooperation with Stiftung Rechnen.

### Languages

### Social Media

Tweets by @mathcitymap

**Math City Map**  
@mathcitymap

Iwan and Matthias published an Article by using @mathcitymap in Mathematical Modelling Education and sense-making about Mathtrails and Learning Barriers. Have a Look on Chapter 23 [springer.com/gp/book/978303...](https://springer.com/gp/book/978303...) @kmpad @Erasmus\_DAAD @mnu @iteachmathAll

You are logged in as Anja Wuerz  
[click here to log out](#)



# MathCityMap: Portale web

- I task sono segnati su una mappa

# Portale web: Home page

**Gregor Milicic** Level: 12  
Role: admin

**Routes**  
Create and manage

**Tasks**  
Create and manage

**Groups**  
Create and manage

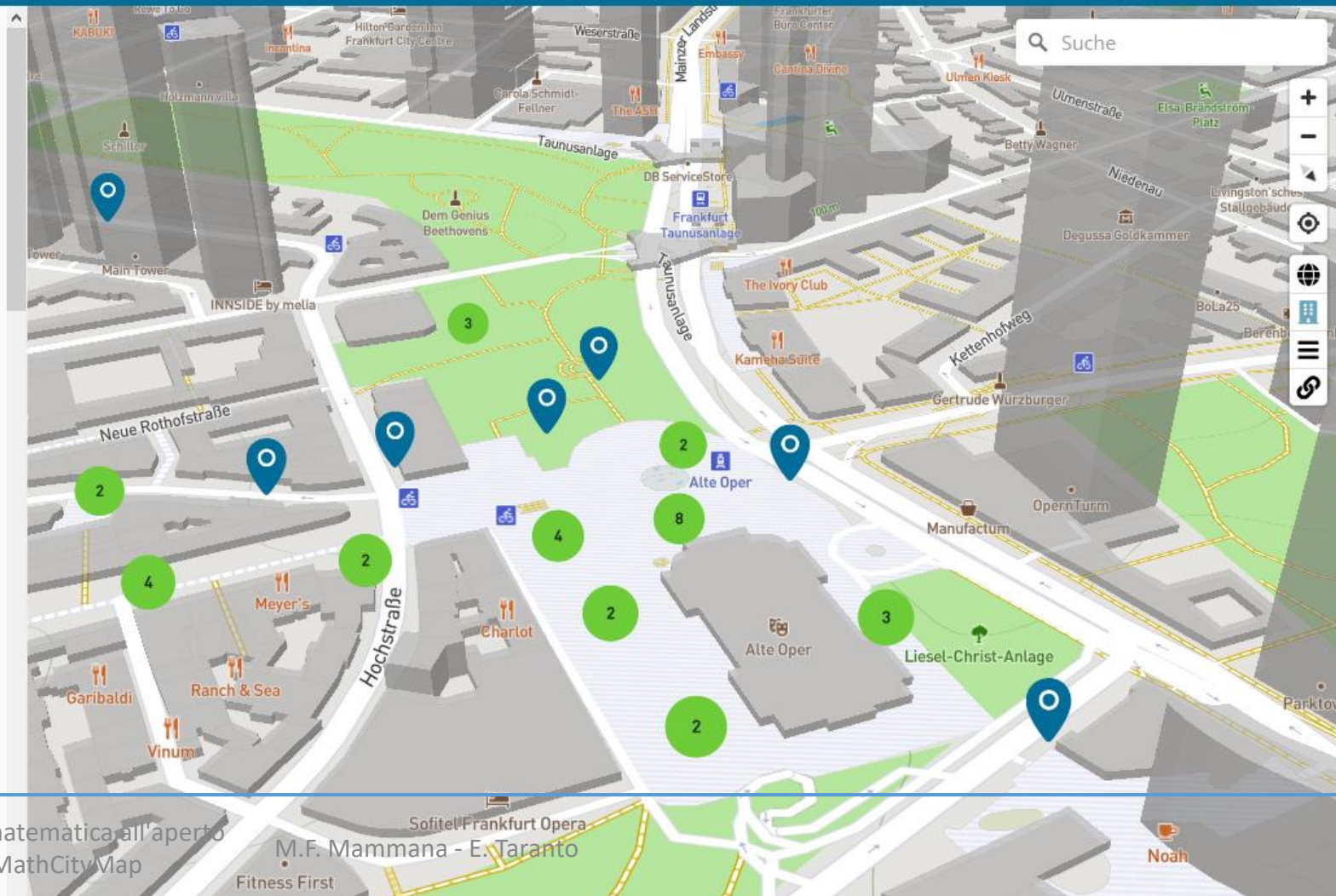
**Profile**  
Personal data, statistics

**Reviews**  
We ask for your opinion 13

**Advanced**  
Advanced features

### News feed

**New subscription**  
(09/09/2020 2:41 AM)  
Matthias Ludwig is now following Maria João Tinoco.



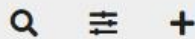
Percorsi di matematica all'aperto con MathCityMap

Sofitel Frankfurt Opera  
M.F. Mammana - E. Taranto



# Portale web: vista Mappa

← Tasks



Suche

PUBLIC TASKS MY TASKS FOR ME FAVOURITES ALL TASKS

Order by  
Distance



Sitzkreis

Messen Zählen Einheiten

5 5601.8 km 999318

SHOW ON MAP



Infotafel

Messen Einheiten Fläche

5 5601.8 km 169324

SHOW ON MAP

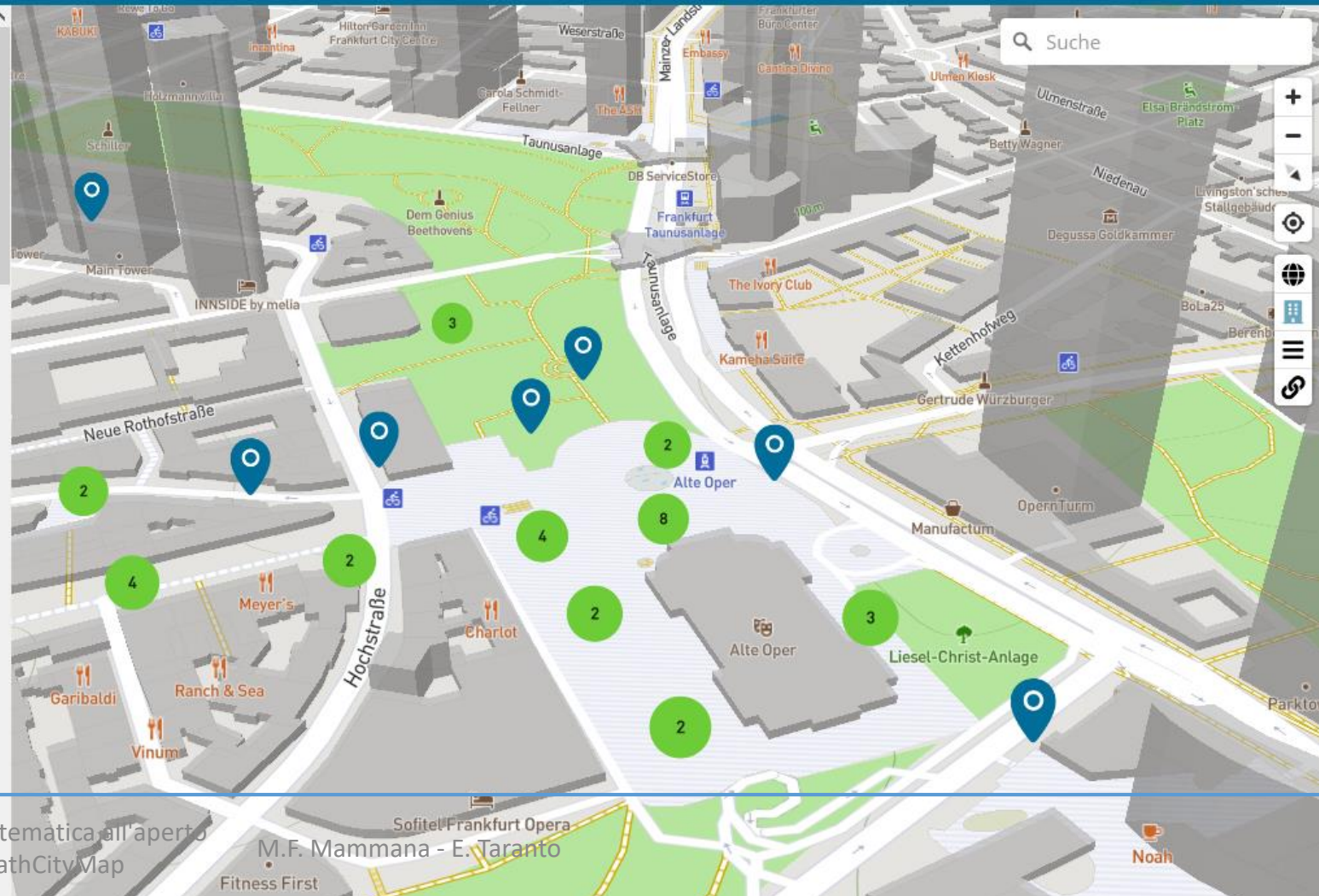


Grillhütte

Messen Fläche Einheiten

5 5601.8 km 829317

SHOW ON MAP



Percorsi di matematica all'aperto  
SHOW ON MAP con MathCityMap

# MathCityMap: Portale web

- I task sono segnati su una mappa
- I task sono accessibili nel portale



# Portale web: Richiamare i task

Grade level



50m to the North

New

GPS line direction

2 2.1 km 6817161

SHOW ON MAP



Elevator in a glass box

New

Geometry Volume Measure

5 2.2 km 7917159

SHOW ON MAP



Posters on the pillar

New

Number Poster DINA0

6 2.2 km 3417162

SHOW ON MAP



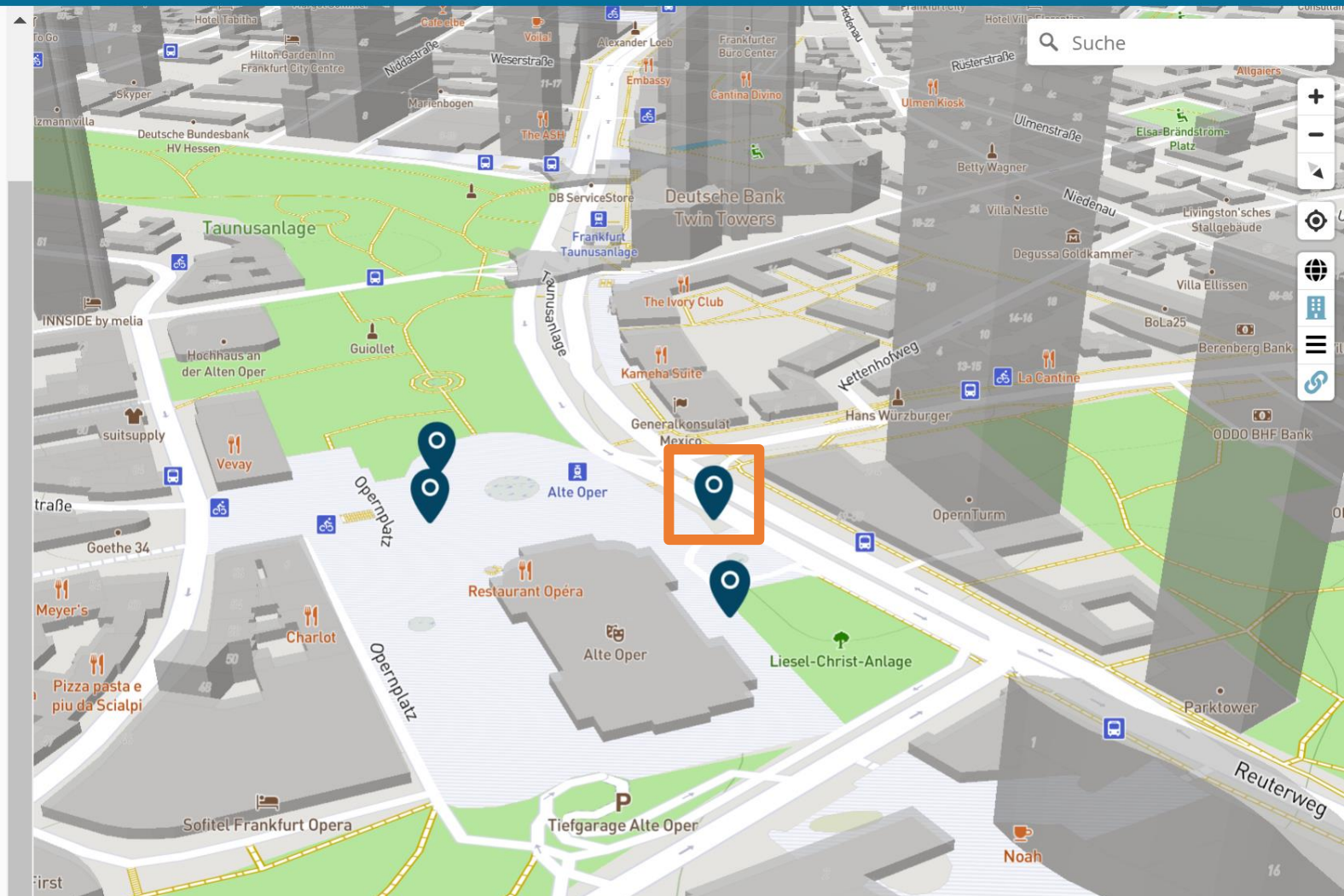
Hauptwache Escalator

New

Speed Escalator

8 1.8 km 4617160

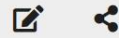
SHOW ON MAP





# Portale web: Richiamare i task

← Task: Elevator in a glass box



## Elevator in a glass box

You can access the subway through an elevator in a glass box.  
What is the volume of the glass box in m<sup>3</sup>?  
(Note: Use the outer dimensions)

Geometry

Volume

Measure



# MathCityMap: Portale web

- I task sono segnati su una mappa
- I task sono accessibili nel portale
- **Diversi task formano un percorso di matematica**

# Portale web: Home page

**Gregor Milicic** Level: 12  
Role: admin

**Routes**  
Create and manage

**Tasks**  
Create and manage

**Groups**  
Create and manage

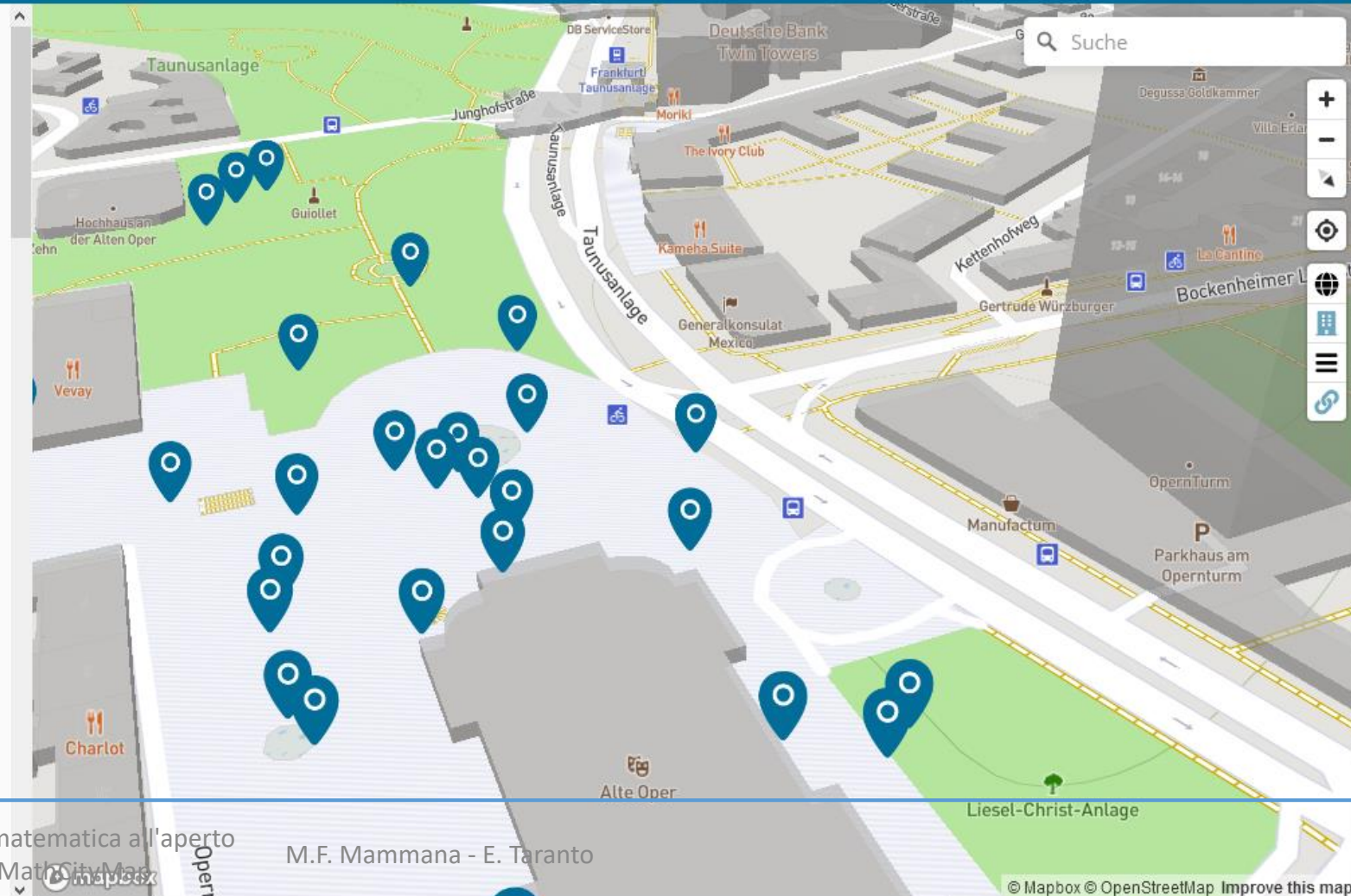
**Profile**  
Personal data, statistics

**Reviews**  
We ask for your opinion

**Advanced**  
Advanced features

### News feed

**New subscription**  
(09/09/2020 2:41 AM)  
Matthias Ludwig is now following Maria João Tinoco.





# MathCityMap: Portale web

- I task sono segnati su una mappa
- I task sono accessibili nel portale
- Diversi task formano un percorso di matematica
- **I task sono impostati in modo tale da poter essere risolti solo in loco, ad esempio le misurazioni devono essere raccolte**



# MathCityMap: Portale web

- I task sono segnati su una mappa
- I task sono accessibili nel portale
- Diversi task formano un percorso di matematica
- I task sono impostati in modo tale da poter essere risolti solo in loco, ad esempio le misurazioni devono essere raccolte
- **Chiunque può partecipare e creare i propri task e i propri percorsi matematici**



# Crea i tuoi task & percorsi di matematica

← Tasks

PUBLIC TASKS MY TASKS FOR ME FAVOURITES ALL TASKS

Order by Distance

+ New task

**Treppenstufen**

Kombinatorik

8 0.0 km 73181

SHOW ON MAP

**Stairs**

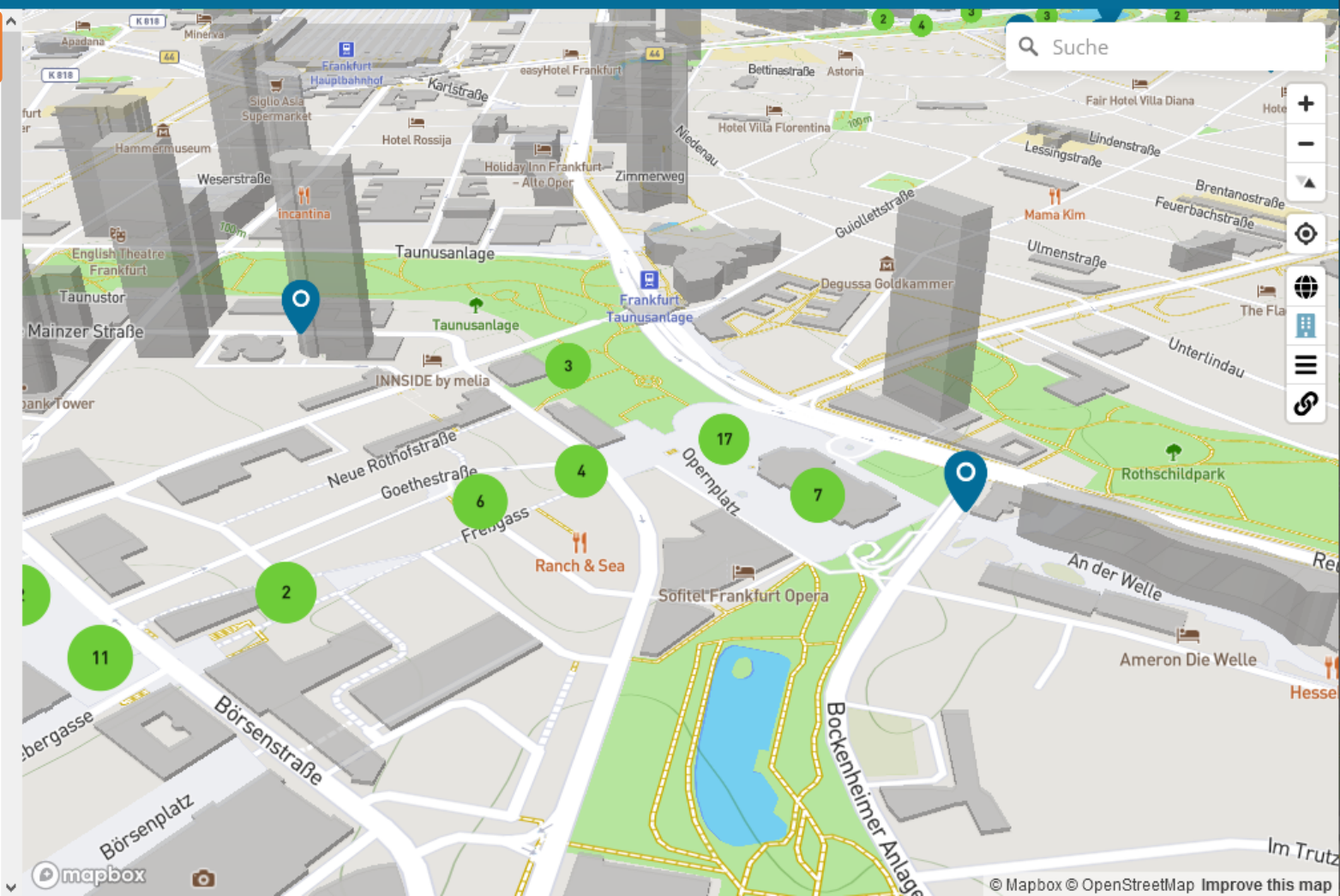
combinatorics systematic Fibonacci

7 0.0 km 186915

SHOW ON MAP

**Institute of Mathematics and Computer Science Education**

Geometry slope



# Propri tasks & percorsi di matematica

- MathCityMap è un progetto partecipativo: chiunque può creare un percorso matematico nella propria città
- Portale web: <https://mathcitymap.eu>
- È richiesta la registrazione per creare i task
- Per creare un percorso matematico, diversi task possono selezionati in uno spazio percorribile a piedi

# Propri tasks & percorsi di matematica

- I propri contenuti (task e percorsi) sono privati per impostazione predefinita
- Possono essere condivisi tramite **codice** o in un **gruppo di lavoro**
- La pubblicazione dei propri contenuti è possibile su richiesta
  - I tasks sono soggetti ad un processo di revisione
  - I tasks sono controllati secondo specifici **criteri di qualità**

## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- Modellizzazione
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

- Portale web
- **App**

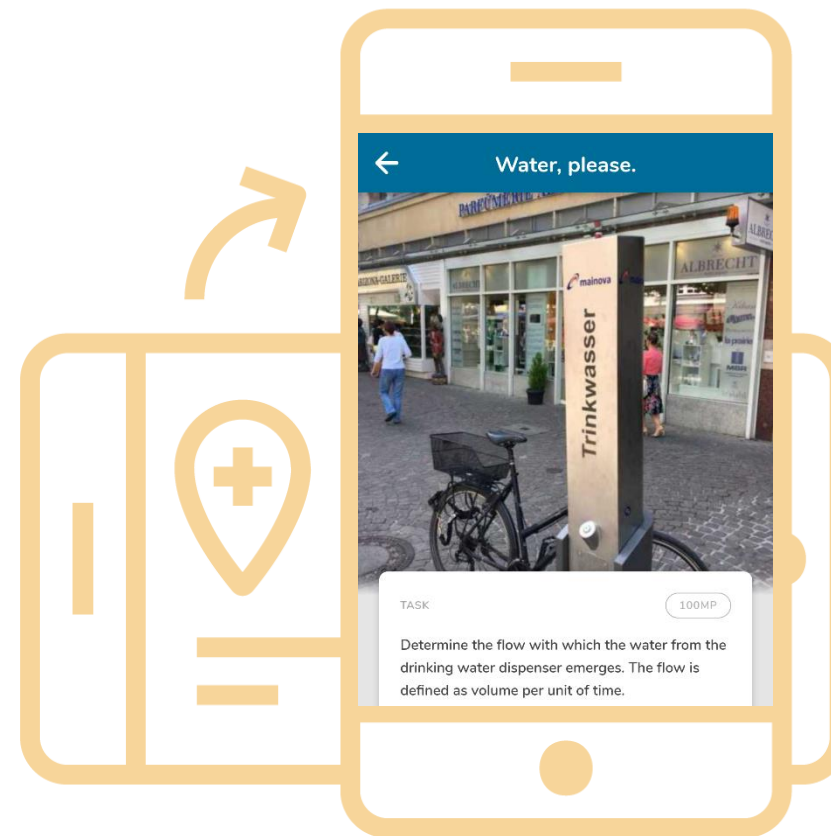
## MathCityMap in classe

- Preparazione in classe
- Implementazione in classe

## Conclusioni

- Matematica all'aperto per studenti e docenti

# Il sistema MathCityMap





# MathCityMap: App

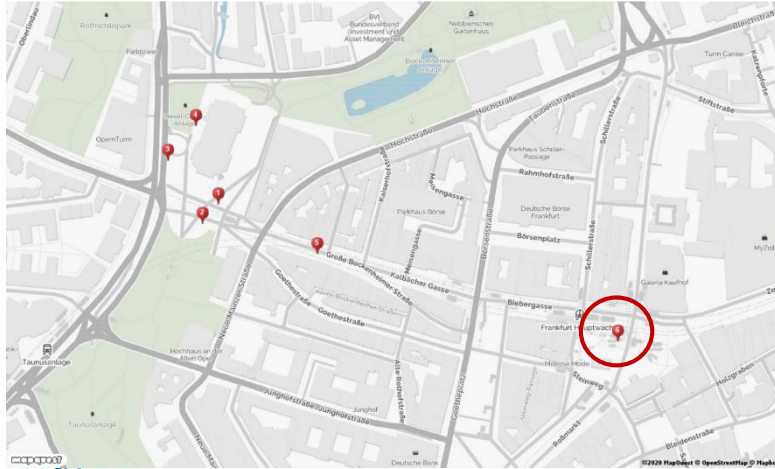
- I percorsi vengono scaricati sullo smartphone
- L'applicazione MathCityMap è gratuita e pubblicizzata e rispetta la protezione dei dati personali (GDPR)
- L'applicazione è disponibile per Android e iOS



# MathCityMap: App

- I percorsi vengono scaricati sullo smartphone
- **I tasks vengono richiamati tramite lo smartphone e/o viene utilizzata una guida cartacea**

# Guida cartacea e/o applicazione per smartphone



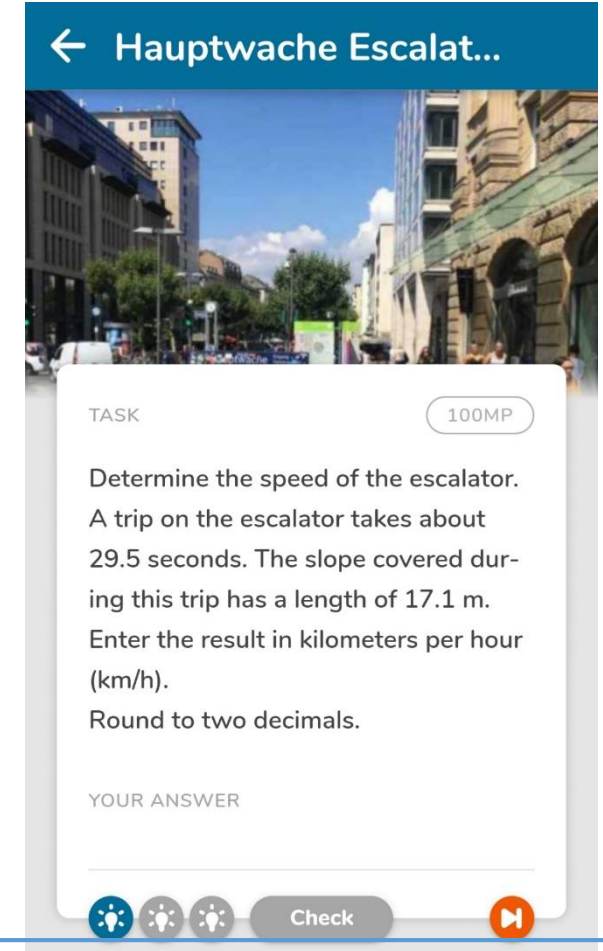
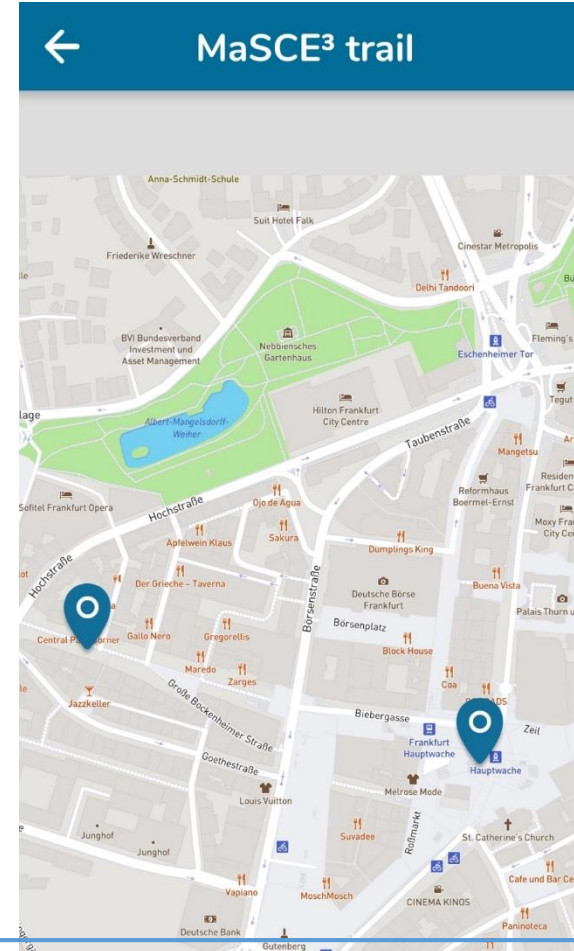
## 6. Task: Hauptwache Escalator



**Determine the speed of the escalator. A trip on the escalator takes about 29.5 seconds. The slope covered during this trip has a length of 17.1 m. Enter the result in kilometers per hour (km/h). Round to two decimals.**

First guess:

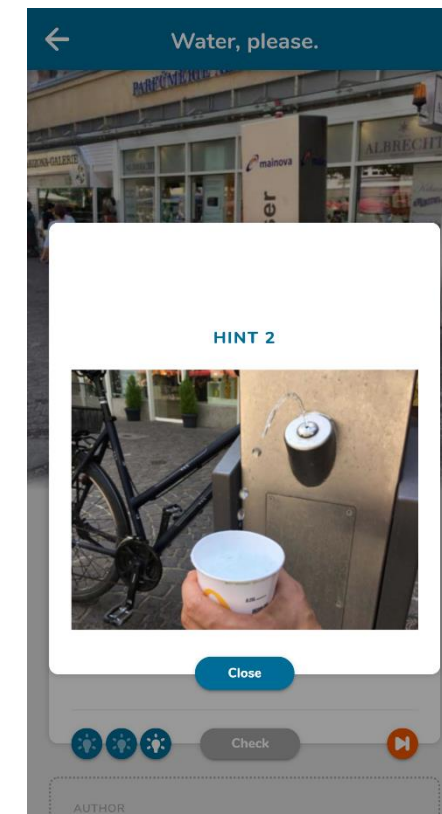
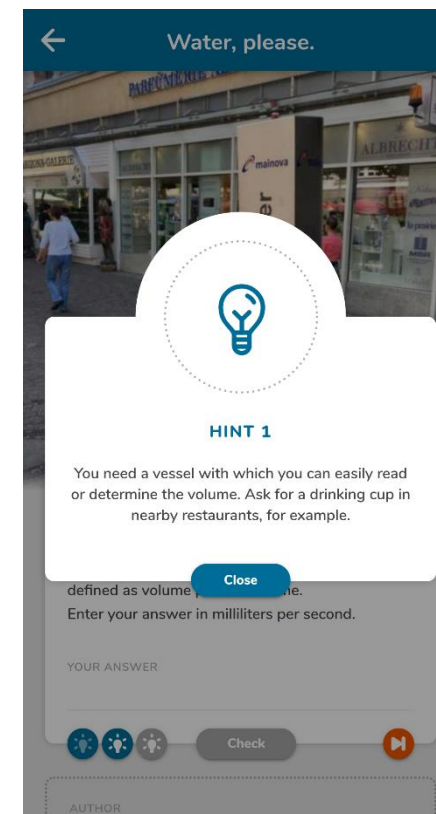
Calculation:





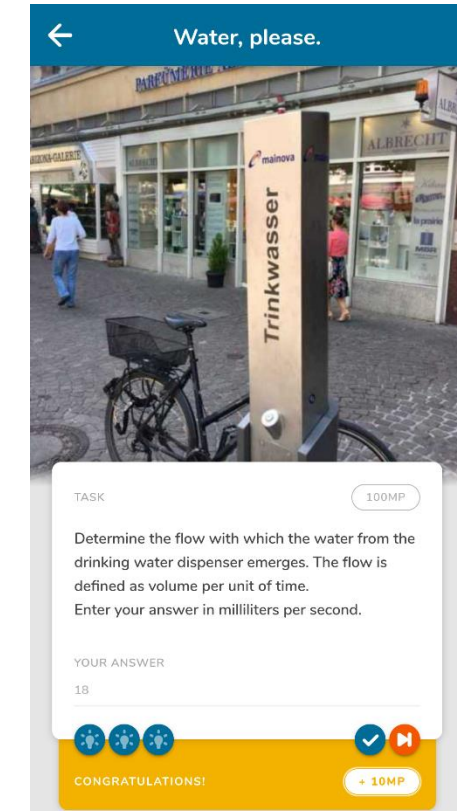
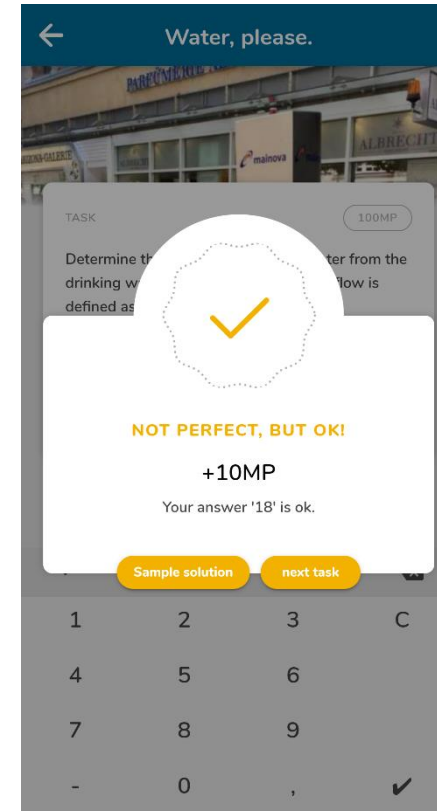
# MathCityMap: App

- I percorsi vengono scaricati sullo smartphone
- I tasks vengono richiamati tramite lo smartphone e/o viene utilizzata una guida cartacea
- **Aiuto o suggerimenti possono essere richiamati tramite l'app**



# MathCityMap: App

- I percorsi vengono scaricati sullo smartphone
- I tasks vengono richiamati tramite lo smartphone e/o viene utilizzata una guida cartacea
- Aiuto o suggerimenti possono essere richiamati tramite l'app
- **La soluzione viene controllata dall'app**



# MathCityMap: App

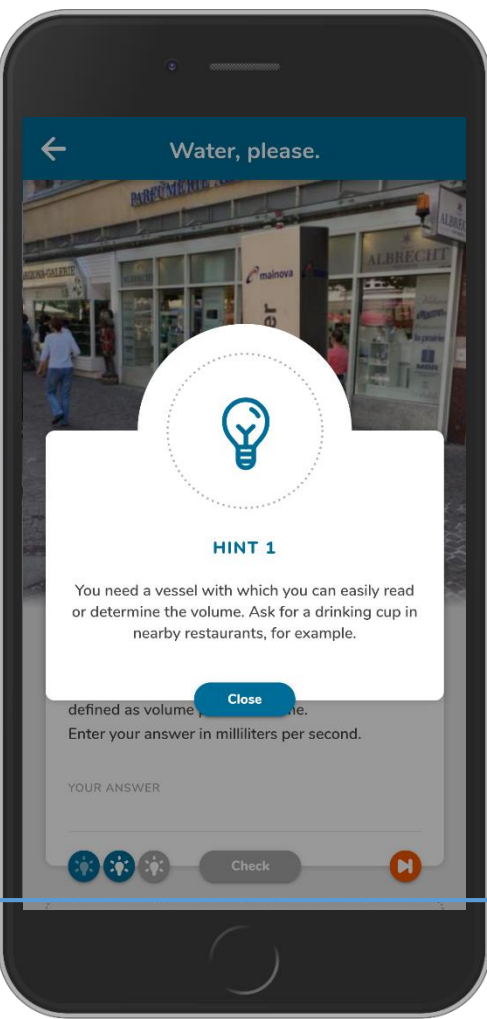
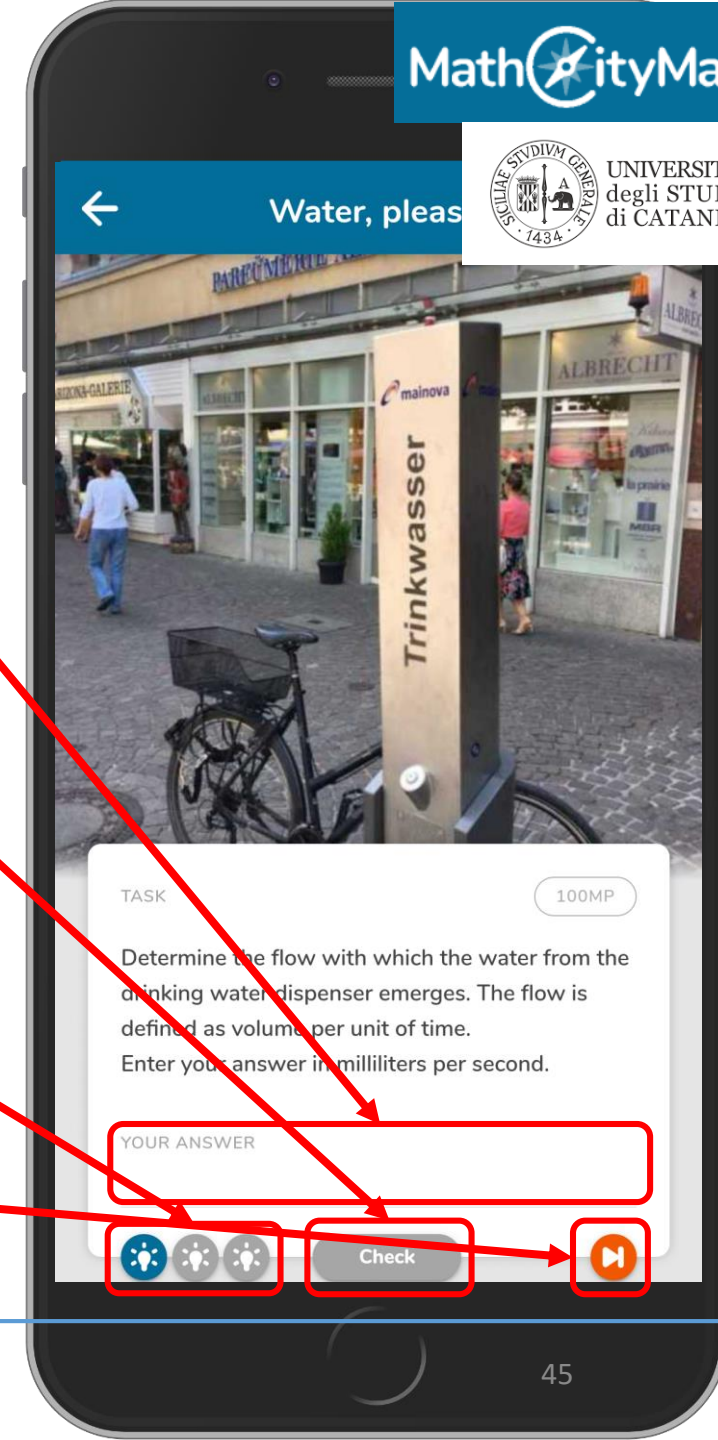
**Clicca per inserire la risposta**

**Controlla la risposta:**

- soluzione ottima
- soluzione buona
- soluzione errata

**Suggerimenti graduali (testo, immagine, video)**

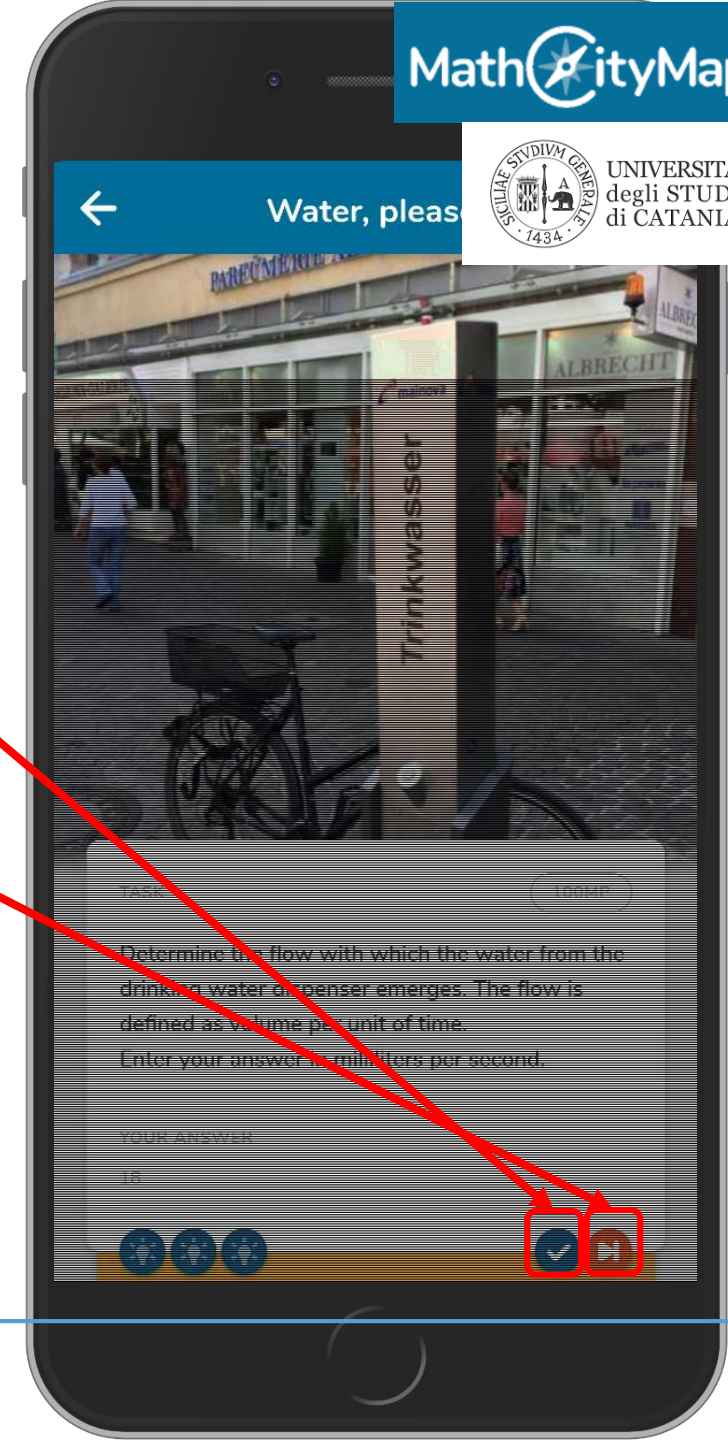
**Saltare il task**



# MathCityMap: App

**Mostra l'esempio di soluzione**

**Continua il percorso con il prossimo task**

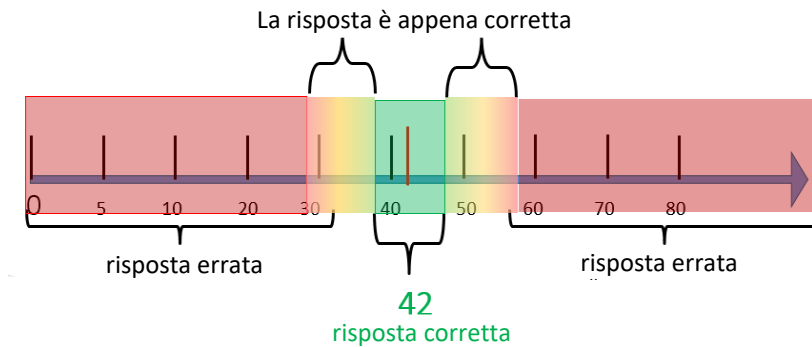




# MathCityMap: Formati di risposta

- Valore esatto
- Scelta multipla
- Intervalli
- Riconoscimento della posizione (GPS task)
- Nuovi formati:  
Vettore valore esatto, vettore intervallo, insieme, stazione informativa, riempire gli spazi vuoti, sotto-attività

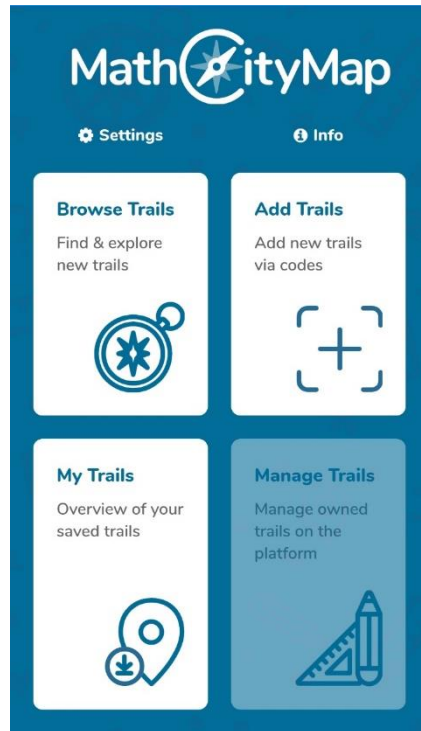
Struttura della soluzione a intervallo:



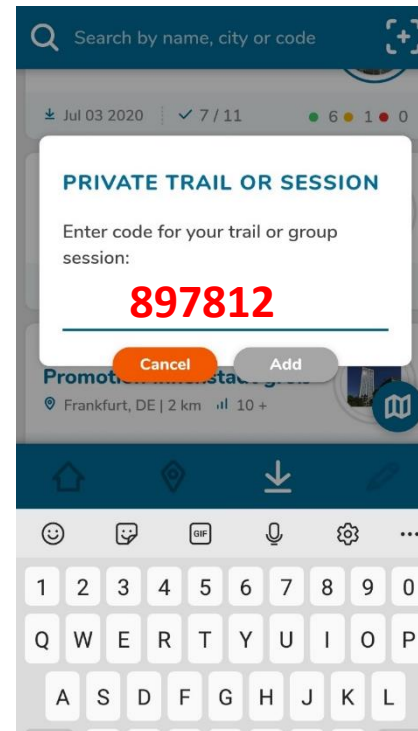
Esempi e maggiori dettagli su:

<https://mathcitymap.eu/it/the-mathcitymap-task-formats/>

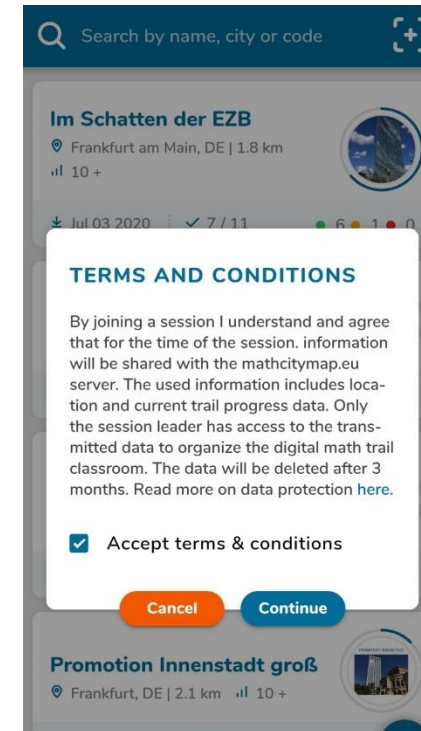
# Ora tocca a voi!



1. Apri l'app MathCityMap e clicca su "Aggiungi percorsi".

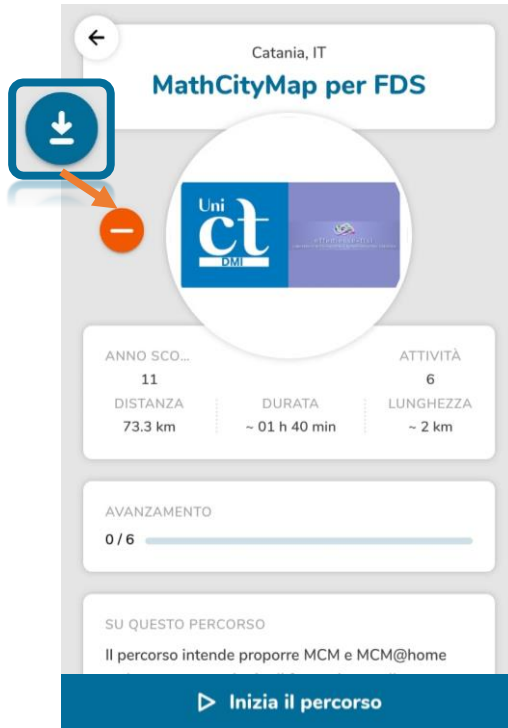
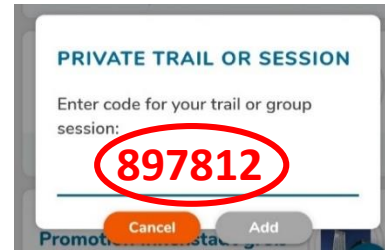


2. Inserire il codice del percorso e clicca su „Aggiungi“.

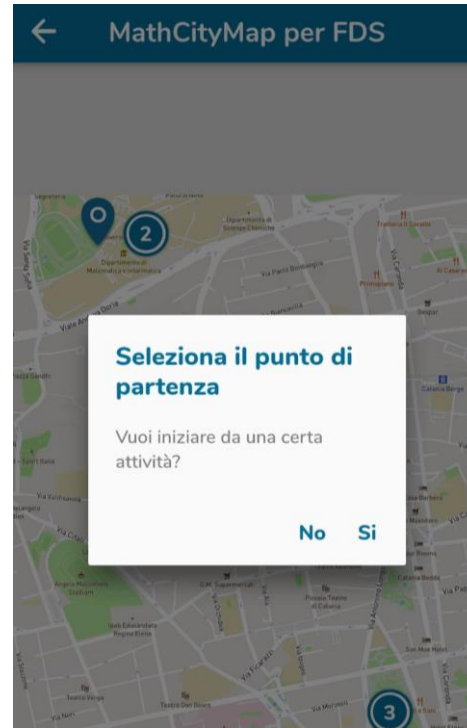


3. Accetta i termini e le condizioni e clicca su „Continua“.

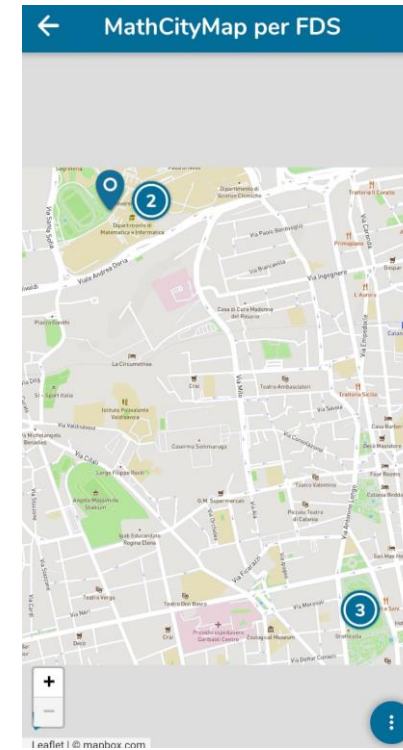
# Ora tocca a voi!



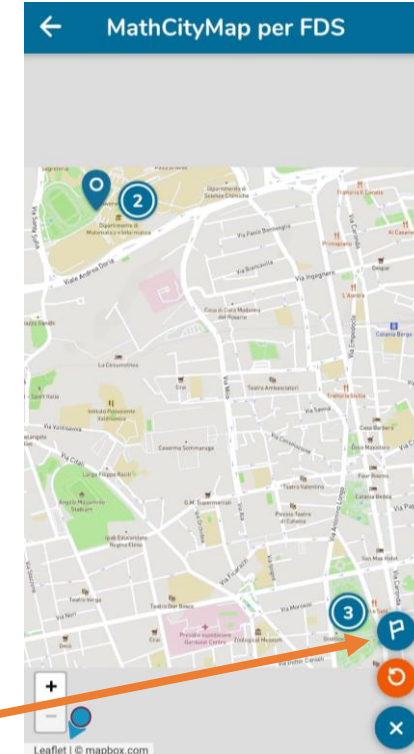
4. Scarica il percorso matematico con un clic sul pulsante blu. Premi "Inizia il percorso" e siete pronti a partire!



5. Non occorre, in questo caso, scegliere un punto di partenza. Quindi clicca su „No”



6. I task sono mostrati su una mappa



7. Premi il pulsante in basso a destra con i tre puntini, clicca poi sul pulsante in cui è raffigurata la bandierina e scegli il task da cui vuoi iniziare. Buon divertimento!



## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- Modellizzazione
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

- Portale web
- App

## MathCityMap in classe

- **Preparazione**
- Implementazione

## Conclusioni

- Matematica all'aperto per studenti e docenti

# MathCityMap: Preparazione della classe

- Formare gruppi di 3 membri ciascuno
  - Ci sono 3 ruoli – che non devono mantenersi staticamente all'interno del gruppo:
    - Navigatore gestisce l'app, aiuta a trovare i task
    - Misuratore responsabile delle misurazioni e degli strumenti di misura
    - Segretario trascrive i valori misurati e la soluzione dei task incontrati lungo il percorso
- Prendere un kit da percorso matematico per gruppo: metro pieghevole, metro a nastro, guida del percorso, penna
- Ogni gruppo ha bisogno di 1 solo smartphone attivo con l'applicazione MCM

## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- Modellizzazione
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

- Portale web
- App

## MathCityMap in classe

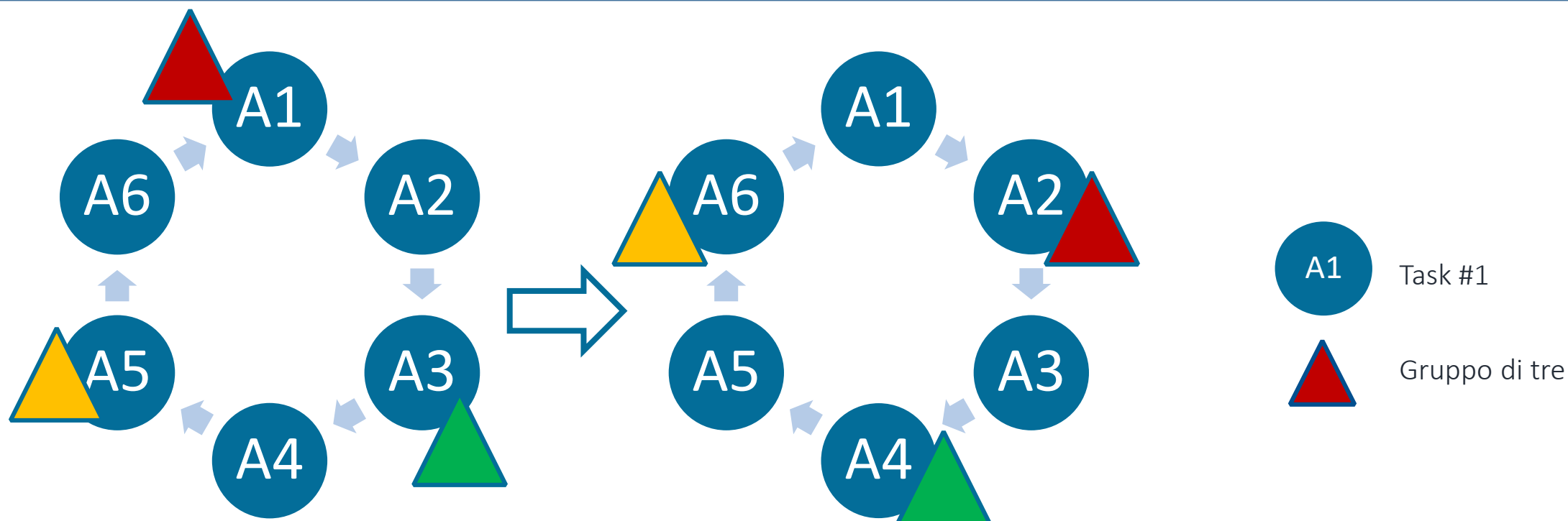
- Preparazione
- **Implementazione**

## Conclusioni

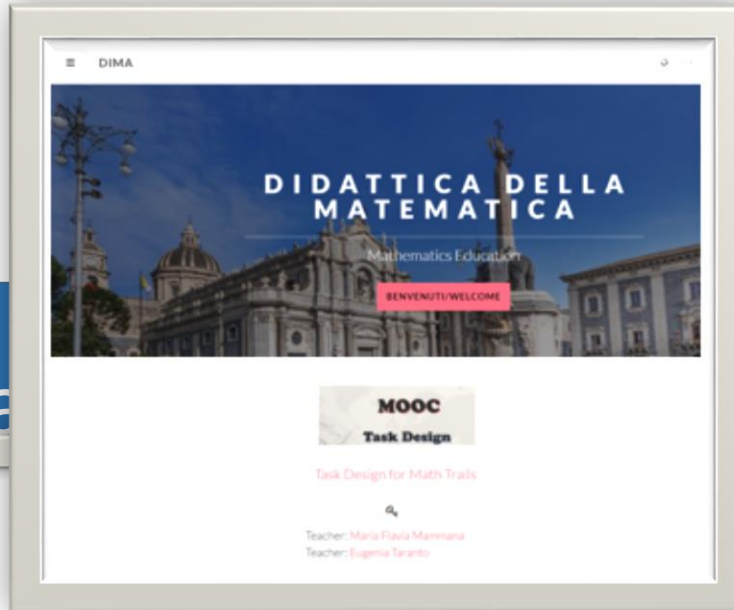
- Matematica all'aperto per studenti e docenti

# MathCityMap: Conduzione dell'apprendimento all'aperto

Circolo delle postazioni: l'app guida i gruppi al compito successivo



# Formazione insegnanti



MasCE  
Math Trails in School, Curriculum and Educational Environments of Europe

UNIVERSITÀ degli STUDI di CATANIA

# MathCityMap

<http://masce.eu/>  
<https://mathcitymap.eu/it/>

## CORSO di FORMAZIONE per docenti di MATEMATICA

in due giornate da 3 ore ciascuna  
Day 1 (settembre 2021): in presenza, nelle città di Catania, Brescia, Cuneo, Torino  
Day 2 (8 ottobre 2021): online, a cura dell'Università degli Studi di Catania, Dipartimento di Matematica e Informatica

Per imparare a progettare percorsi matematici da svolgere all'aperto con i propri studenti, avere la possibilità di diventare revisore ufficiale di MathCityMap

Per maggiori informazioni scrivere a:  
[mariaflavia.mammana@unicat.it](mailto:mariaflavia.mammana@unicat.it); [eugenia.taranto@unicat.it](mailto:eugenia.taranto@unicat.it)

With the support of the Erasmus+ Programme of the European Union

I Lincei per la Scuola  
Fondazione

UNIVERSITÀ degli STUDI di CATANIA

I Lincei per una nuova didattica nella scuola: una rete nazionale

## LABORATORIO DI MATEMATICA CON TECNOLOGIE

SEDE DI CATANIA

A.S. 2018/2019

Maria Flavia Mammana, Università degli Studi di Catania

### PROGRAMMA DEL CORSO

Le attività di formazione quest'anno interesseranno quattro tecnologie digitali da utilizzare nell'insegnamento/apprendimento della matematica: Geogebra, Excel solver, Scratch e MapCityMap.

Le attività di Formazione di Matematica si articoleranno in quattro percorsi della durata di 30 ore.

- Percorso 1:** Corso base di Geogebra (massimo 40 partecipanti)
- Percorso 2:** Introduzione al Pensiero computazionale (massimo 25 partecipanti)
- Percorso 3:** Excel solver nella risoluzione di problemi di ottimizzazione (massimo 25 partecipanti)
- Percorso 4:** Math City Map: utilizzo e creazione di task in giro per la città (massimo 15 partecipanti)

# Corso nazionale

Math vlogc UnitO



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA GIUSEPPE PEANO  
UNIVERSITÀ DI TORINO

## Contesto teorico

- Apprendimento all'aperto
- Modellizzazione
- Percorsi di matematica (math trails)

## Il Sistema MathCityMap

- Portale web
- App

## MathCityMap in classe

- Preparazione in classe
- Implementazione in classe

## Conclusioni

- **Matematica all'aperto per studenti e docenti**

## Per concludere

- ✓ apertura della matematica all'esterno, per affrontare problemi legati a situazioni reali, modellizzandoli con strumenti matematici e risolvendoli con tecniche proprie di quella teoria;
- ✓ Si tratta quindi di promuovere nei ragazzi una **visione della matematica** che non sia fatta
  - di arido calcolo finalizzato a se stesso
  - o di pseudo-problemi da risolvere, che spesso si riducono ad una semplice applicazione di regole, peraltro suggerite già nell'intestazione della pagina del problema in oggetto.



## Per concludere

✓ apertura della matematica all'esterno, per affrontare problemi legati a situazioni reali, quella

**Una visione di una matematica che è inserita nella vita quotidiana anche se non ce ne accorgiamo**

**per vederla occorre sollevare il velo che la copre ad un occhio non esperto**

-----  
(Mammana, Milone 2004)

ia fatta

semplice  
gina del

# Sempre aggiornati...?!

- **Segui MathCityMap su Twitter:**  
[@mathcitymap](https://twitter.com/mathcitymap)
- **Iscriviti a MathCityMap su Instagram:**  
[@mathcitymap.eu](https://www.instagram.com/mathcitymap.eu)
- **Leggi le ultime novità sul nostro sito web:**  
[www.mathcitymap.eu](http://www.mathcitymap.eu)



# Contatti

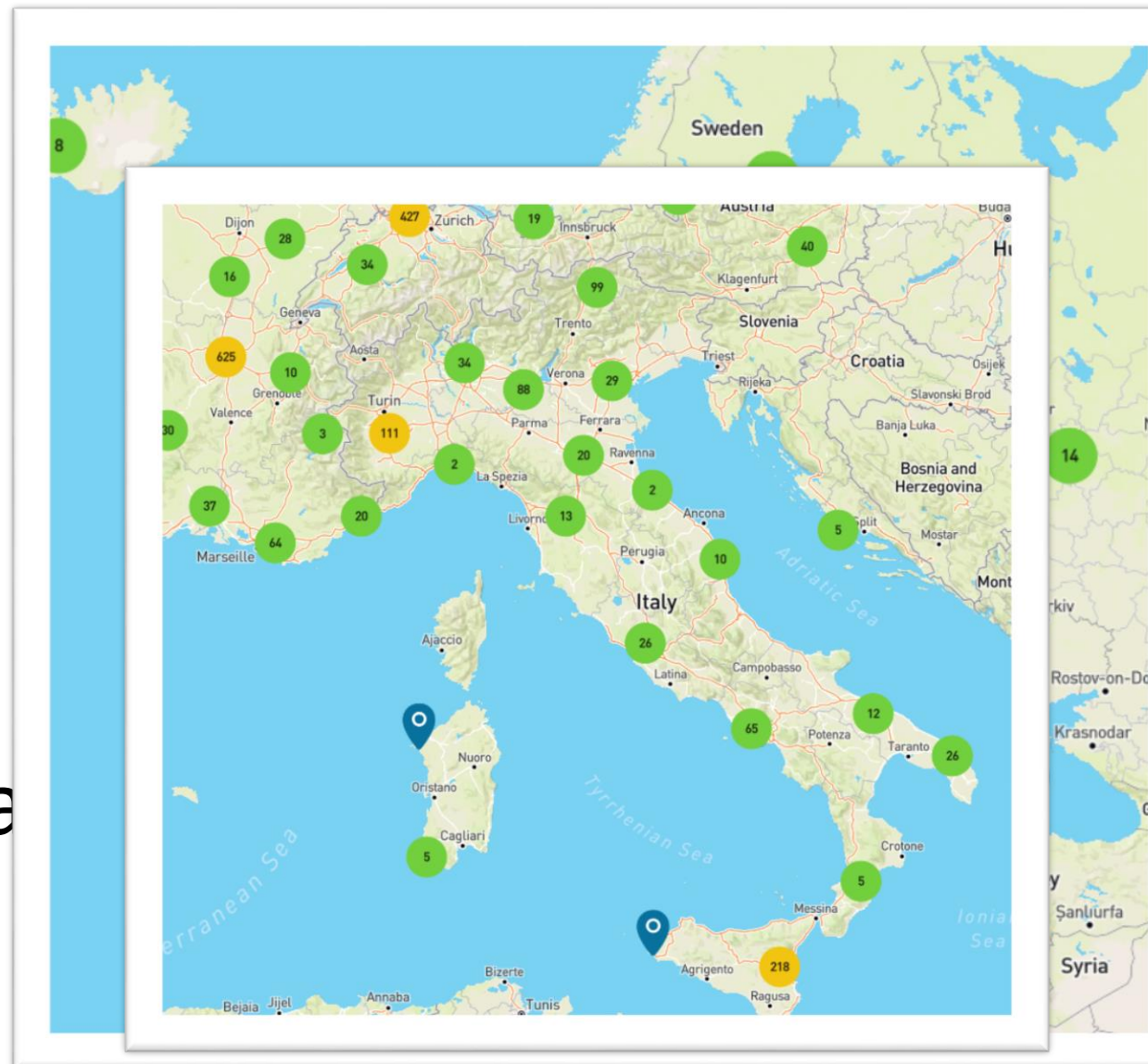
Project management:  
Matthias Ludwig

[ludwig@math.uni-frankfurt.de](mailto:ludwig@math.uni-frankfurt.de)

Team:  
Maria Flavia Mammana  
Eugenia Taranto

[mariaflavia.mammana@unict.it](mailto:mariaflavia.mammana@unict.it)  
[eugenia.taranto@unict.it](mailto:eugenia.taranto@unict.it)

Non vediamo l'ora di avervi a



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



# Bibliografie

- Blane D. C., & Clarke, D. (1984). *A mathematics trail around the city of Melbourne*. Monash: Monash Mathematics Education Centre, Monash University.
- Blum & Leiss (2005) Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der “Tanken”-Aufgabe. In: *Mathematik lehren*, (128), S. 18-21.
- Department for Education and Skills (DfES) (2006). Departmental Report 2006. Online: <https://www.gov.uk/government/publications/department-for-education-and-skills-departmental-report-2006> (letzte Prüfung: 10.08.2020).
- Dillon, J., Rickinson, M., Teamey, K., Morris, M., Choi, M., Sanders, D., & Benefield, P. (2006). The value of outdoor learning: evidence from research in the UK and elsewhere. *School Science Review*, 87 (320), S. 107-111.
- Greefrath, G. (2018): Anwendungen und Modellieren im Mathematikunterricht. Didaktische Perspektiven zum Sachrechnen in der Sekundarstufe, 2. Auflage. Berlin: Springer Spektrum.
- Kleine, M., Ludwig, M., & Schelldorfer, R. (2012). Mathematik draußen machen - Outdoor Mathematics. *Praxis der Mathematik*, 54 (47), S. 2-8.
- Ludwig, M., Jesberg, J., & Weiß, D. (2013). MathCityMap – faszinierende Belebung der Idee mathematischer Wanderpfade. In: *Praxis der Mathematik*, 55 (53), S. 14-19.
- Muller, E. (1993). *Niagara Falls Math Trail*. Ontario, Canada.
- Sauerborn, P., & Brühne, T. (2014). Didaktik des außerschulischen Lernens. Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren.
- Schukajlow, S., (2006). Schüler-Schwierigkeiten beim Lösen von Modellierungsaufgaben - Ergebnisse aus dem DISUM-Projekt. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006*. Hildesheim: Franzbecker, S. 493-496.
- Shoaf, M. M., Pollak, H., & Schneider, J. (2004). Math Trails. The Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP).